Množina – jednoznačně určena prvky

věc x $\quad x \in X$

$x \notin X$

$\{x\}$ – množina obsahující právě jen prvek x.

$\{\}, \emptyset$ – prázdná množina.

$X' = \{x \mid x \in X$ mající vlastnost $P\}$

$\{x \in X \mid P(x)\}$ – množina x z X mající vlastnost P

Řekneme že Y je podmnožinou X $(Y \subset X; X \supset Y)$

$\forall y \in Y$ platí, že $y \in X$

X je nadmnožinou Y

X, $\quad X' = \{x \in X \mid x = x\} = X \subset X$

$\{x \in X \mid x \neq x\} = \emptyset \subset X$

$\exp X$ – množina všech podmnožin X.

$X = \{a\}$ $\quad \exp X = \{\emptyset, \{a\}\}$

$\exp \emptyset = \{\emptyset\}$

X, Y – množiny

$X \cup Y$ – množina obsahující prvky, které leží buď v X nebo v Y

sjednocení X a Y

$X \cap Y$ – , které leží jak v X tak i v Y.

průnik X a Y

$X \setminus Y$ – množina těch $x \in X$ takových, že $x \notin Y$

$= \{x \in X \mid x \notin Y\} \subset X$

rozdíl množin X a Y

Věta 1.1: Nechť X, Y, Z - množiny. Platí

$X \cup Y = Y \cup X$ komutativita sjednocení

$X \cap Y = Y \cap X$ komutativita průniku

je-li $X \subset Y$ a $Y \subset Z$ potom $X \subset Z$ tranzitivita inkluze

$$\left.\begin{aligned} X \cup (Y \cap Z) &= (X \cup Y) \cap (X \cup Z) \\ X \cap (Y \cup Z) &= (X \cap Y) \cup (X \cap Z) \end{aligned}\right\} \text{distributivní zákony}$$

$(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$ asociativita sjednocení

$(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$ asociativita průniku

Důkaz: komutativita sjednocení

$\underset{x}{X \cup} Y \subset Y \cup X$, $\underset{x}{Y \cup} X \subset X \cup Y$

---

tranzitivita inkluze. cíl: $X \subset Z$

$X \subset Y$ a $Y \subset Z$

$x \in X$ - libovolně, protože $X \subset Y$ musí $x \in Y$, jelikož $Y \subset Z$ a $x \in Y$ proto $x \in Z$. Tím je dokázáno že $X \subset Z$

Máme dokázat $X \cup (Y \cap Z) \underset{\subset}{=} (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

$x \in X \cup (Y \cap Z)$ libovolně

① $x \in X$ odtud $x \in X \cup Y$, $x \in X \cup Z$ tzn. $x \in (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

② $x \in Y \cap Z$ odtud $x \in Y$ a také $x \in Z$, z prvního $x \in X \cup Y$ z druhého $x \in X \cup Z$

dohromady máme že

$x \in (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

Uspořádaná dvojice (x,y)

taková, že je-li (x',y')

$$(x,y) = (x',y') \iff x = x' \text{ a } y = y'$$

Kartézský součin množin X a Y

Množina $X \times Y$ - všechny (x,y) $x \in X$ a $y \in Y$

$X = \{a,b\}$, $Y = \{a,c\}$

$\underline{X} \times Y = \{(a,a),(a,c),(b,a),(b,c)\}$

$X = \{a,b\}$, $Y = \emptyset$

$X \times Y = \emptyset$

Věta 1.2 Mejme X, Y, X', Y', platí

$X \times Y = \emptyset$ právě když $X = \emptyset$ nebo $Y = \emptyset$

- $(X \times Y) \cup (X' \times Y) = (X \cup X') \times Y$

$(X \times Y) \cap (X' \times Y') = (X \cap X') \times (Y \cap Y')$

Jestliže $X \times Y \neq \emptyset$, pak

$X' \times Y' \subset X \times Y$ právě když $X' \subset X$ a $Y' \subset Y$

Důkaz:

$X \times Y \neq \emptyset \iff X \neq \emptyset$ a $Y \neq \emptyset$

$(x,y) \in X \times Y \iff x \in X$ a $y \in Y$

- „$\subset$" $(x, y) \in (X \times Y) \cup (X' \times Y)$ – $(x,y) \in X \times Y$ nebo $(x,y) \in X' \times Y$

① $(x,y) \in X \times Y$ $x \in X$ a $y \in Y$ tím spíš $x \in X \cup X'$ a $y \in Y$

$(x,y) \in (X \cup X') \times Y$

② $(x,y) \in X' \times Y$ $x \in X'$ a $y \in Y$ $x \in X \cup X'$ a $y \in Y$

$(x,y) \in (X \cup X') \times Y$

„$\supset$" $(x,y) \in (X \cup X') \times Y$ to znamená, že $x \in X \cup X'$ a $y \in Y$

① $x \in X$ $(x,y) \in X \times Y \ldots (x,y) \in (X \times Y) \cup (X' \times Y)$

② $x \in X'$ $(x,y) \in X' \times Y \ldots (x,y) \in (X \times Y) \cup (X' \times Y)$

1.3 Zobrazení

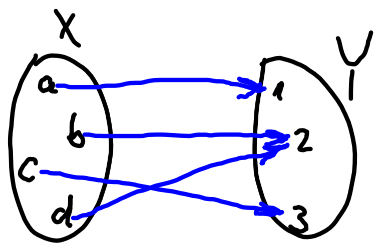
Mějme X, Y libovolné množiny $Z \subset X \times Y$ takovou, že $\forall x \in X$ existuje jediné $y \in Y$ takové, že $(x, y) \in Z$ … $f(x) = y$

$f: X \to Y$

X – definiční obor $\mathrm{Dom} f$

Y – obor hodnot $\mathrm{Codom} f$

Z – graf $\mathrm{Gr} f$



$X = \{a, b, c, d\}$ $\quad Y = \{1, 2, 3\}$

$\mathrm{Gr} f = \{(a,1), (b,2), (c,3), (d,2)\}$

X - množina

$id_X : X \to X \quad \mathrm{Gr} f = \{(x,y) \mid x = y\} = \{(x,x) \mid x \in X\}$

$id_X(x) = x$ identické zobrazení na X

identita na X

$pr_1 : X \times Y \to X \quad pr_1((x,y)) = x$

$pr_1((a,b)) = a$ první kartézská projekce

$pr_2 \; X \times Y \to Y \quad pr_2(x,y) = y$
