Simulace vývoje ceny na trhu s ropou

(model nespojitý, endogenní a deterministický)

Je řada možností jak vyjádřit v matematickém modelu chování zásob v určitém odvětví ekonomiky, a to podle způsobu jak vyjádříme v dynamickém modelu zpoždění (spojitě či nespojitě) a dále zda připouštíme pouze endogenní vlivy (stav zásobovacího systému v libovolně vzdáleném časovém okamžiku bude pak jednoznačně určen jeho počátečními podmínkami a strukturními vlastnostmi modelu) nebo připouštíme exogenní vlivy, kdy stav systému bude jednoznačně určen jak strukturními vlastnostmi a počátečními podmínkami systému, tak i průběhem nezávislých exogenních veličin (vyjádřených časovou řadou nebo funkcemi nezávislých proměnných).

U nespojitých endogenních modelů existuje kromě tzv. postupného řešení obvykle i obecné řešení, kdežto u nespojitých exogenních modelů existuje pouze postupné řešení.

Označme množství zásob na konci období t jako ΔQ_t a nechť platí:

$$\Delta Q_t = Q_t - Q_{t-1} = S_t - D_t \qquad (1)$$

což je změna (vzrůst nebo pokles) stavu zásob za období t, která se projeví jako důsledek rozdílu mezi velikostí poptávky a nabídky působících během období t. Pro jednoduchost předpokládáme, že poptávková a nabídková funkce D a S jsou lineárně závislé na ceně a že jsou bez zpoždění, a tedy:

$$D_t = D(P_t) = \alpha + P_t \qquad (2)$$
$$S_t = S(P_t) = \beta + P_t$$

Kromě skupiny <u>nabízejících (výrobců)</u> a <u>kupujících (spotřebitelů)</u> musíme předpokládat i třetí skupinu - <u>obchodníků</u>, kteří zprostředkovávají zboží vyrobené výrobci ke konečnému spotřebiteli a kteří (opět kvůli zjednodušení modelu) jsou jedinými držiteli zásob a kteří (opět zjednodušeno) nakupují a prodávají v daném období za stejnou cenu (nerealizují obchodní marži). Obchodníci stanovují cenu P_t v období t takto: cena se zvýší, jestliže zásoby z předchozího období poklesnou a přírůstek ceny je úměrný poklesu zásob:

$$P_t = P_{t-1} - \lambda \Delta Q_{t-1} \quad ; \lambda > 0 \qquad (3)$$

kde parametr lambda vyjadřuje stupeň reakce ceny na změnu zásob (bez újmy na obecnosti lze předpokládat, že $\lambda > 0$). Po dosazení (3) do (2) a úpravě indexů dostaneme:

$$\Delta Q_{t-1} = Q_{t-1} - Q_{t-2} = S_{t-1} - D_{t-1} = (\beta - \alpha) + (b - a)P_{t-1} \qquad (4)$$

a rovnice (3) se zredukuje na tvar:

$$P_t = \lambda(\alpha - \beta) + [1 - \lambda(b - a)]P_{t-1} \qquad (5)$$

Pro získání rovnovážné úrovně dosadíme $P_t = P^*$ pro všechna t do rovnice (5) a obdržíme:

$$P^* = \lambda(\alpha - \beta) + [1 - \lambda(b - a)]P^* = \frac{\alpha-\beta}{b-a} \tag{6}$$

Jestliže odečteme (6) od (5) a položíme $p_t = (P_t - P^*)$ a $c = [1 - \lambda(b-a)]$ dostaneme diferenční rovnici 1. řádu:

$$p_t = c\, p_{t-1} \tag{7}$$

jejíž obecné řešení pro počáteční hodnotu p_0 při $t=0$ je

$$p_t = p_0\, c^t \tag{8}$$

neboli

$$P_t = P^* + (P_O - P^*)c^t \tag{9}$$

Jelikož obvykle $a<0$, $b>0$, pak $(b-a)>0$. V chování dynamického modelu (9) mohou nastat 3 případy v závislosti na velikosti parametru **c**, a tím tedy i na velikosti parametrů ***a, b, λ:***

1) pro $0 < c < 1$ vyplývá $P_t \to P^*$ monotónně. Současně platí:

$0 < \lambda < 1/(b-a)$

2) pro $-1 < c < 0$ vyplývá $P_t \to P^*$ a jde o tlumené oscilace.

Současně platí: $1 < \lambda(b-a) < 2$

3) pro $c < -1$ vyplývá $P_t \to \infty$ a jde o explozivní oscilace. Současně platí: $\lambda > 2/(b-a)$

Poznámka: v bodech 1 až 3 nejsou uvažovány hraniční případy, kdy $\lambda(b-a) = 1$ nebo **2**. Jejich řešení je rovněž snadné (lze provést v rámci cvičení).

Vidíme, že při dostatečně vysokých hodnotách λ se stane průběh explozivní, což interpretujeme tak, že k nestabilitě dochází tehdy, jestliže obchodníci příliš prudce reagují na změny výše zásob.