

Pravděpodobnost a statistika

Příklady k procvičení

1. V krabici je 10 výrobků, z nich právě 3 jsou vadné. Kolika způsoby lze vybrat 5 výrobků tak, aby alespoň 2 byly vadné? [126]
2. Hážeme dvěma pravidelnými kostkami. Jaká je pravděpodobnost, že součet teček na obou kostkách bude 9. $[\frac{1}{9}]$
3. Dva přístroje pracují tak, že po celý den je zapnutý alespoň jeden z nich. Přitom první je zapnutý 70% dne a druhý 65% dne. Jaká je pravděpodobnost, že v určitý časový okamžik budou oba přístroje zapnuté? [0, 35]
4. V sérii 100 výrobků je 5 vadných. Vybereme náhodně 10 výrobků. Jaká je pravděpodobnost, že mezi nimi budou právě 3 vadné?
5. Náhodný pokus spočívá v šesti hodech kostkou. Jaká je pravděpodobnost, že šeska padne alespoň jednou? [0, 6651]
6. V el. obvodu je paralelně zapojeno 8 žárovek. Pravděpodobnost každé z nich, že bude svítit alespoň 1000 hodin, je 0,9. Jaká je pravděpodobnost toho, že po 1000 hodinách bude svítit alespoň jedna žárovka v obvodu.
7. Dvě radiostanice přijímají signály nezávisle. Pravděpodobnost správného příjmu signálu na první stanici je p_1 , na druhé p_2 . Jaká je pravděpodobnost správného příjmu signálu alespoň jednou z těchto radiostanic?
8. Nechť X je součet teček při házení dvěma kostkami. Určete distribuční funkci této náhodné veličiny.
9. Hážeme mincí tak dlouho, dokud nepadne rub. Nechť X je počet hodů, než poprvé rub padne. Určete distribuční funkci této náhodné veličiny.
10. Nechť náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & x > 0, \end{cases}$$

kde $\lambda > 0$. Stanovte hustotu pravděpodobnosti.

11. Hustota pravděpodobnosti náhodné veličiny X je dána funkcí

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ cx(1-x), & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x \geq 1, \end{cases}$$

kde $c \in \mathbb{R}$. Určete koeficient c a najděte distribuční funkci F . [$c = 6$]

12. Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} - x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Vypočítejte střední hodnotu a disperzi této náhodné veličiny a určete její distribuční funkci. [$E(X) = \frac{5}{12}, D(X) = \frac{11}{144}$]

13. Stanovte 0,3-quantil náhodné veličiny X , která má hustotu pravděpodobnosti

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

[0, 163]

14. Nechť náhodná veličina X má normální rozdělení pravděpodobnosti se střední hodnotou $\mu = 2$ a směrodatnou odchylkou $\sigma = 3$. Určete pravděpodobnost, že její hodnota bude v intervalu $[0, 1]$. [0, 1161]

15. Nechť X je počet teček při házení kostkou. Určete distribuční funkci náhodné veličiny $Y = X^2$.

16. Náhodným výběrem z rozdělení s distribuční funkcí F byly získány následující hodnoty: 35, 54, 56, 47, 48, 54, 52, 47, 49, 41. Odhadněte střední hodnotu a rozptyl. [$\bar{x} = 48,3, s^2 = 41,34$]

17. Předpokládáme, že X má normální rozdělení pravděpodobnosti. Náhodným výběrem jsme získali hodnoty: 43, 8; 43, 9; 37, 0; 43, 0; 46, 8; 41, 2; 43, 1; 39, 4; 42, 4. Odhadněte pravděpodobnost, že hodnota náhodné veličiny X bude větší než 41, 5, tj. $P(X > 41, 5)$.

18. Nechť náhodná veličina T má Studentovo t -rozdělení pravděpodobnosti. Z tabulky kritických hodnot t -rozdělení určete její 0,95-quantil za předpokladu, že se jedná o Studentovo rozdělení s $\nu = 11$ stupni volnosti. [1,7959]

19. Uvažujte náhodný výběr z normálního rozdělení z příkladu č. 17. Na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ otestujte nulovou hypotézu, že pro střední hodnotu platí $\mu = 43,0$. Testujte proti oboustranné alternativní hypotéze.
20. Nakreslete přibližně graf hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení se střední hodnotou $\mu = 12$ a rozptylem $\sigma^2 = 25$.