

## Da -Přehled předmětů nabízených k vytvoření studijních plánů a návrh témat prací

Vysoká škola: **Slezská univerzita v Opavě**  
 Součást vysoké školy: **Matematický ústav v Opavě**  
 Název studijního programu: **Matematika**  
 Název studijního oboru: **Matematická fyzika (magisterský-navazující)**

### **Blok: M 08    Matematická fyzika (doporučený ročník 4 –5)**

Kód	PK	Název předmětu	Roz	Sem.	Z, Zk	Předpoklady
<b>Kredity A</b>						
M 02 028	6	Funkcionální analýza a optimalizace I	2/2	zim	Z	M 01 012
M 03 038	6	Diferenciální geometrie I	2/2	zim	Z,Zk	-
M 03 039	8	Diferenciální geometrie II	4/2	let	Z, Zk	M 03 038
F 41 20	5	Teoretická mechanika	2/2	zim	Zk	F 10 30
F 40 90	5	Elektrodynamika a teorie elmg. pole	2/2	let	Zk	F 10 30, F 20 50
F 50 30	6	Základy kvantové mechaniky	2/2	zim	Z,Zk	F 41 20
F 55 10	5	Kanonický formalismus klasické mechaniky a teorie pole	2/1	zim	Z,Zk	F 41 20
F 60 40	6	Termodynamika a statistická fyzika	2/2	let	Z,Zk	F 40 90
F 85 92	8	Pokročilé úlohy z teoretické fyziky	2/4	let	KZ	F 50 30
FOTR1	10	Obecná teorie relativity I	4/2	zim	Z, Zk	F 40 90
FQED1	10	Kvantová elektrodynamika I	4/2	zim	Z, Zk	F 50 30
<b>Kredity B</b>						
F 70 70	4	Statistická fyzika a termodynamika	2/2	zim	Z, Zk	F 60 40
FQED2	10	Kvantová elektrodynamika 2	4/2	let	Z, Zk	FQED1
FOTR2	10	Obecná teorie relativity 2	4/2	let	Z, Zk	FOTR1a
F	6	Kalibrační pole a struny	2/2	let	Z, Zk	-
F	6	Teorie grup a algeber	2/2	let	Z, Zk	-
M 03 042	8	Pravděpodobnost a statistika	4/2	zim	Z,Zk	-
M 02 029	6	Funkcionální analýza a optimalizace II	2/2	let	Z	M 02 028
M 03 035	6	Parciální diferenciální rovnice II	2/2	zim	Z,Zk	M 02 027
M 03 036	6	Globální analýza I	2/2	zim	Z,Zk	-
M 03 064	6	Variační analýza I	2/2	zim	Z,Zk	M 03 039
M 03 027	6	Komplexní analýza	2/2	zim	Z,Zk	-
M 03 037	6	Globální analýza II	2/2	let	Z,Zk	M 03 036
M 04 065	6	Variační analýza II	2/2	let	Z,Zk	M 03 064

### **Blok: M 07    Magisterský diplomový blok**

Kód	PK	Název předmětu	Roz	Sem.	Z, Zk	Předpoklady
<b>Kredity A</b>						
M 07 111	3	Diplomová práce I	0/2	zim	Z	M 01
M 07 112	3	Diplomová práce II	0/2	let	Z	M 07 111
M 07 113	3	Diplomová práce III	0/2	zim	Z	M 07 112
M 07 114	3	Diplomová práce IV	0/2	let	Z	M 07 113
		Státní magisterská zkouška			SMZk	

## POŽADAVKY KE STÁTNÍ ZÁVĚREČNÉ ZKOUŠCE (MATEMATICKÁ FYZIKA)

### A. Předměty státní zkoušky:

*Analýza na varietách* (variety, vektorová pole a diferenciální formy; globální analýza; geometrické struktury; Lieovy grupy; variační analýza; rovnice na varietách; homologie a kohomologie; aplikace ve fyzice)

*Funkcionální analýza a diferenciální rovnice* (Banachovy a Hilbertovy prostory, lineární operátory; parciální diferenciální rovnice, rovnice matematické fyziky; aplikace ve fyzice)

Volitelné (1 ze 2 podle zaměření diplomové práce):

*Matematické základy relativity*

*Matematické základy kvantové teorie*

### B. Požadavky a literatura:

#### Analýza na varietách

1. Topologická struktura na množině (otevřené a uzavřené množiny, vnitřek, vnějšek, hranice, báze topologie), spojitá zobrazení, homeomorfismy, konstrukce topologických prostorů (podprostory, součiny, faktorové prostory)
2. Metrické prostory (metrika, metrická topologie, úplné metrické prostory, stejnoměrně spojitá zobrazení, kontrakce, věta o pevném bodě, izometrie, Hausdorffova věta o zúplnění metrického prostoru), konvergence v topologických prostorech (konvergence v prostorech 1. typu spočetnosti, konvergence v metrických prostorech).
3. Kompaktní a lokálně kompaktní topologické prostory, Parakompaktní prostory, topologické variety.
4. Grupy, akce grup, okruhy a moduly.
5. Lineární konexe (tenzor, torze, tenzor křivosti, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kovariantní derivace, geometrický význam tenzoru křivosti).
6. Variety s metrickým polem (Riemannovy a hyperbolické variety, Levi-Civitova konexe, tenzor křivosti, Ricciho tenzor, skalární křivost, Riemannova křivost, izometrie a Killingova rovnice, integrování funkcí na varietě s metrickým polem).
7. Lieovy grupy, hlavní a asociované prostory (homomorfismy, Lieova algebra, Lieovy grupy, akce grup, fibrováný prostor bází).
8. Vnoření a vložení variet, submerze, Whitneyho věty.
9. Kritické body zobrazení, Sardova věta.
10. Vektorová pole, lokální a globální tok.
11. Vektorové distribuce, Frobeniova věta.
12. Základní úloha variačního počtu (Lagrangeova funkce, variační funkcionál, variace, Eulerovy–Lagrangeovy rovnice, příklady).
13. Symetrie variačních problémů (transformace invariance a zobecněné invariance, generátory grup invariance, kriteria invariance, první věta Emmy Noetherové).
14. Regulární variační úlohy (podmínka regularity, Legendrova transformace, Hamiltonovy rovnice).

#### Literatura:

N.J. Bloch: Abstract Algebra with Applications, Prentice Hall, Englewood Cliffs 1987.

A.G. Kuroš: Kapitoly z obecné algebry, Academia, Praha 1968.

D. Krupka, O. Krupková: Topologie a geometrie, 1. Obecná topologie, SPN, Praha 1989.

J.R. Munkres: Topology, A First Course, Prentice Hall, New Jersey 1975.

S. Sternberg: Lectures on Differential Geometry, AMS Chelsea Publishing, Rhode Island 1995.

O. Kowalski: Úvod do Riemannovy geometrie, Univerzita Karlova, Praha 1995.

I.M. Gelfand, S.V. Fomin: Variacionnoje isčislenije, Fizmatgiz, Moskva 1961.

D. Krupka: Úvod do analýzy na varietách, SPN, Praha 1986.

R. Narasimhan: Analysis on Real and Complex Manifolds, North-Holland, Amsterdam 1968.

## Funkcionální analýza a diferenciální rovnice

1. Systémy diferenciálních rovnic prvního řádu (řešení, věty o existenci a jednoznačnosti řešení).
2. Lineární systémy diferenciálních rovnic (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení, systémy s konstantními koeficienty, metoda variace konstant, rovnice vyšších řádů).
3. Parciální diferenciální rovnice prvního řádu (charakteristiky, Cauchyho problém, úplný integrál, kvazilineární rovnice).
4. Eliptické rovnice (Laplaceova a Poissonova rovnice, potenciál, Greenovy formule, Greenova funkce).
5. Hyperbolické rovnice (Riemannova metoda, šíření vln podél struny, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
6. Parabolické rovnice (Cauchyho problém pro rovnici vedení tepla, princip maxima pro smíšené problémy, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
7. Distribuce (prostory základních funkcí a prostory distribucí, konvoluce, fundamentální řešení pro diferenciální operátory, zobecněné řešení Cauchyho problému).
8. Míra a měřitelné funkce (základní vlastnosti míry na okruhu, vnější míra a Carathéodoryho věta, věta o rozšíření míry na metrických prostorech. Hausdorffova míra, Lebesgue–Stieltjesova a Lebesguesova míra, měřitelná funkce jako limita posloupnosti jednoduchých měřitelných funkcí, posloupnosti měřitelných funkcí).
9. Lebesgueův integrál a Lebesgue–Stieltjesův integrál, souvislost s Riemannovým integrálem, věty o střední hodnotě, prostory  $L_p$ .
10. Diferencovatelnost funkcí, spojitost a diferencovatelnost, diferencovatelnost mono-tónních funkcí, funkce s konečnou variací, absolutně spojitě funkce, Stoneova–Weierstrassova věta o aproximaci spojitých funkcí polynomy.
11. Derivace komplexních funkcí, geometrický význam derivace, konformní zobrazení.
12. Integrály a mocninné řady v komplexním oboru, Laurentova řada a Taylorova řada.
13. Singularity a nulové body. Cauchyova věta o reziduích a její důsledky. Metody výpočtu nevlastních reálných integrálů.
14. Laplaceova transformace a její použití.
15. Hahnova–Banachova věta a její důsledky.
16. Konvexní analýza v lokálně konvexních topologických vektorových prostorech (základní operátory konvexní analýzy, věta o dualitě)
17. Normované prostory (norma operátoru, duální prostor, Banachova věta o nulovém úhlu, reflexivní prostory, spektrum, kompaktní operátory)
18. Hilbertovy prostory (ortogonální projekce, Hilbertova báze, samoadjungované operátory, příklady: operátory tenzorové mechaniky, Hilbertova–Schmidtova věta).

### Literatura:

- L.S. Pontrjagin: Obyknovennyje differencialnyje uravnenija, Nauka, Moskva 1965.  
L. Schwartz: Analyse mathématique II., Herman, Paris 1967.  
V. Averbuch: Functional Analysis, pomocné učební texty MÚ SU Opava 1999.  
A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy, SNTL, Praha 1975  
V. Averbuch: Partial Differential Equations, pomocné učební texty MÚ SU Opava 1999.  
V.S. Vladimirov: Uravnenija matematičeskoj fiziki, Nauka, Moskva 1967.  
V. Jarník: Diferenciální počet II, ČSAV, Praha 1956.  
V. Jarník: Integrovaný počet II, ČSAV, Praha 1956.  
W. Rudin: Analýza v reálném a komplexním oboru, Academia, Praha 1987.  
T. Neubrun, J. Dravecký: Vybrané kapitoly z matematické analýzy, Alfa, Bratislava 1990.

### Matematické základy relativity:

1. Minkowskiho prostor (lineární a kausální struktura).
2. Lorenzova grupa jako deformace grupy Galileovy.
3. Repräsentace Lorentzovy grupy (spinorové, bispinorové, vektorové, tenzorové a spinově-tenzorové).
4. Kinematika a dynamika částice (skládání rychlostí, zrychlení, hybností a momentů hybností).
5. Tenzor energie, hybnosti a napětí částice a pole.
6. Maxwell–Einstein–Hodgeova teorie elektromagnetického pole.
7. Lagrangeovská formulace lineární a nelineární teorie pole.

8. Kilingova vektorová pole a zákony zachování.
9. Kalibrační invariance fyzikálních polí.

#### **Literatura:**

Novotný J., Horský J.: Teorie relativity, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1985.  
Schroeder U. E.: Special relativity, World Scientific, Singapore 1990.  
Rindler W.: Introduction to special relativity, Clarendon Press, Oxford 1991.  
Naber G. L.: The geometry of Minkowski spacetime, Springer-Verlag, Berlin 1992.  
Krump L., Souček V., Těšínský J. A.: Matematická analýza na varietách, Karolinum, Praha 1998.

#### **Matematické základy kvantové teorie:**

1. Metody kvantování a jejich matematické interpretace.
2. Matematický popis fyzikálních procesů jako je rozptyl ve vnějším poli nebo rozptyl elektron-elektron.
3. Feynmanova pravidla.
4. Radiační korekce a renormalizace.
5. Výpočet fyzikálních Greenových funkcí s použitím Feynmanova integrálu.
6. Fermiovy a kalibrační pole v teorii Feynmanova integrálu.
7. Kalibrační invariance a metody BRST.
8. Asymptotická volnost.
9. Anomálie.
10. Matematická interpretace anomálií.
11. Solitonová řešení v kalibračních teoriích a jejich prostory.
12. Supersymetrie.
13. Seibergovo–Wittenovo řešení.
14. Topologická teorie pole.
15. 2-rozměrné konformní teorie pole.
16. Strunové spektrum.
17. Elementární strunové procesy.
18. Strunová kompaktifikace.
19. Komplexní variety a algebraická geometrie v teorii strun.

#### **Literatura:**

J. Formánek, Úvod do kvantové teorie  
J. Formánek, Relativistická kvantová teorie, vol. I, II, III  
F. Mandl and G. Shaw, Quantum Field Theory  
C. Itzykson and J.-B. Zuber, Quantum Field Theory  
J. J. Sakurai, Advanced Quantum Mechanics.  
S. Weinberg, The Quantum Theory of Fields, vol. I,II,III  
M. Peskin and D. V. Schroeder, An introduction to Quantum Field Theory  
M. Nakahara, Geometry, Topology and Physics.

#### **Témata diplomových prací**

Viz <http://www.math.slu.cz/Akreditace2002/akreditace.php>.