MATEMATICKÁ ANALÝZA

1. Topologie

- **Topologická struktura na množině** (otevřené a uzavřené množiny, vnitřek, vnějšek, hra-nice, báze topologie).
- **Spojitá zobrazení, homeomorfismy.**
- **Konstrukce topologických prostorů** (podprostory, součiny, faktorové prostory).
- **Metrické prostory** (metrika, metrická topologie, úplné metrické prostory, stejnoměrně spojitá zobrazení, kontrakce, věta o pevném bodě, izometrie, Hausdorffova věta o zúplnění metrického prostoru).
- **Kompaktní a lokálně kompaktní topologické prostory.**
- **Konvergence v topologických prostorech** (konvergence v prostorech 1. typu spočetnosti, konvergence v metrických prostorech).
- **Souvislé a obloukově souvislé topologické prostory.**
- **Regulární, normální a parakompaktní prostory, topologické variety**

Literatura:

D. Krupka, O. Krupková: Topologie a geometrie, 1. Obecná topologie, SPN, Praha 1989.
J. R. Munkres: Topology, A First Course, Prentice Hall, New Jersey 1975.

2. Reálná a komplexní analýza

- **Základní vlastnosti míry** na okruhu, vnější míra a Carathéodoryho věta, věta o rozšíření míry na metrických prostorech. Hausdorffova míra, Lebesgue-Stieltjesova a Lebesguesova míra.
- **Pojem měřitelné funkce**, měřitelná funkce jako limita posloupnosti jednoduchých měřitelných funkcí, posloupnosti měřitelných funkcí.
- **Lebesgueův integrál** a Lebesgue-Stieltjesův integrál, souvislost s Riemannovým integrá-lem, věty o střední hodnotě.
- **Prostory L_p.**
- **Diferencovatelnost funkcí**, spojitost a diferencovatelnost, diferencovatelnost monotónních funkcí, funkce s konečnou variací, absolutně spojité funkce.
- **Stone-Weierstrassova věta o aproximaci spojitých funkcí polynomy.**
- **Derivace komplexních funkcí**, geometrický význam derivace, konformní zobrazení.
- **Integrály a mocninné řady v komplexním oboru**, Laurentova řada a Taylorova řada.
- **Singularity a nulové body**. Cauchyova věta o reziduích a její důsledky. Metody výpočtu nevlastních reálných integrálů.
- **Laplaceova transformace** a její použití.

Literatura:

V. Jarník: Diferenciální počet II, ČSAV, Praha 1956.
V. Jarník: Integrální počet II, ČSAV, Praha 1956.
W. Rudin: Analýza v reálném a komplexním oboru, Academia, Praha 1987.
T. Neubrun, J. Dravecký: Vybrané kapitoly z matematické analýzy, Alfa, Bratislava 1990.

3. Funkcionální analýza

- **Hahnova - Banachova věta** a její důsledky.
- **Princip otevřenosti** pro Fréchetovy prostory.
- **Princip ohraničenosti** pro Fréchetovy prostory.

- **Dualita** v Hausdorffových lokálně konvexních topologických vektorových prostorech, slabá a zeslabená topologie.
- **Konvexní analýza** v lokálně konvexních topologických vektorových prostorech, základní operátory konvexní analýzy, věta o dualitě.
- **Normované prostory** (norma operátoru, duální prostor, Banachova věta o nulovém úhlu). Reflexivní prostory. Spektrum. Kompaktní operátory.
- **Hilbertovy prostory** (ortogonální projekce, Hilbertova báze). Samoadjungované operátory. Hilbertova-Schmidtova věta.

Literatura:

V.I. Averbuch: Functional Analysis, pomocné učební texty MÚ SU, Opava 1999.
A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy, SNTL, Praha 1975.

4. Obyčejné a parciální diferenciální rovnice

- **Systémy diferenciálních rovnic prvního řádu** (řešení, věty o existenci a jednoznačnosti řešení).
- **Lineární systémy diferenciálních rovnic** (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení, systémy s konstantními koeficienty, metoda variace konstant, rovnice vyšších řádů).
- **Stabilita řešení autonomních systémů.**
- **Eliptické rovnice** (Laplaceova a Poissonova rovnice, potenciál, Greenovy formule, Gree-nova funkce).
- **Hyperbolické rovnice** (Riemannova metoda, šíření vln podél struny, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Parabolické rovnice** (Cauchyův problém pro rovnici vedení tepla, princip maxima pro smíšené problémy, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Distribuce** (prostory základních funkcí a prostory distribucí, konvoluce, fundamentální řešení pro diferenciální operátory, zobecněné řešení Cauchyova problému).

Literatura:

J. Kurzweil: Obyčejné diferenciální rovnice, SNTL, Praha 1978.
M. Greguš, M. Švec, V. Šeda: Obyčajné diferenciálne rovnice, Alfa-SNTL, Bratislava - Praha 1985.
V. I. Averbuch: Partial Differential Equations, učební text MÚ SU, Opava 1999.
V.S. Vladimirov: Uravnenija matematičeskoj fiziki, Nauka, Moskva 1967.

5. Diferenciální geometrie

- **Hladké variety** (souřadnicové systémy, atlasy, tečný prostor k varietě, prostory tenzorů na varietě, příklady variet).
- **Diferenciální formy** (definice, vlastnosti forem, orientovatelnost, Stokesova věta a její důsledky).
- **Lineární konexe** (tenzor, torze, tenzor křivosti, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kova-riantní derivace, geometrický význam tenzoru křivosti)
- **Variety s metrickým polem** (Riemannovy a hyperbolické variety, Levi-Civitova konexe, tenzor křivosti, Ricciho tenzor, skalární křivost, Riemannova křivost, izometrie a Killingova rovnice, integrování funkcí na varietě s metrickým polem)

Literatura:

S. Sternberg: Lectures on Differential Geometry, AMS Chelsea Publishing, Rhode Island 1995.
O. Kowalski: Úvod do Riemanovy geometrie, Univerzita Karlova, Praha 1995.
L. Klapka: Geometrie, učební text MÚ SU Opava 2/1999.

6. Globální analýza

- **Vnoření a vložení variet, submerze, Whitneyovy věty.**
- **Kritické body zobrazení, Sardova věta.**
- **Vektorová pole, lokální a globální tok.**
- **Vektorové distribuce, Frobeniova věta.**
- **Lieovy grupy.**

Literatura:

D. Krupka: Úvod do analýzy na varietách, SPN, Praha 1986.

R. Narasimhan: Analysis on real and complex manifolds, North-Holland, Amsterdam 1968.