

GEOMETRIE

1. Algebra

- **Multilineární algebra** (vektorový prostor, duální prostor, tenzory na vektorovém prostoru, indukované báze v prostorech tenzorů, příklady tenzorů, operace s tenzory).
- **Grupy** (grupy, podgrupy, rozklad podle podgrupy, Lagrangeova věta, normální podgrupy a kongruence, permutační grupy).
- **Akce grup** (akce grupy, efektivní a tranzitivní akce, orbita akce, stabilizátor, Burnsideova věta).

Literatura:

G. Birkhoff, S. Mac Lane: Algebra, Alfa, Bratislava 1974.

A.G. Kuroš: Kapitoly z obecné algebry, Academia, Praha 1968.

2. Topologie

- **Topologická struktura na množině** (otevřené a uzavřené množiny, vnitřek, vnějšek, hra-nice, báze topologie).
- **Spojité zobrazení, homeomorfismy.**
- **Konstrukce topologických prostorů** (podprostory, součiny, faktorové prostory)
- **Metrické prostory** (metrika, metrická topologie, úplné metrické prostory, stejnoměrně spojitá zobrazení, kontrakce, věta o pevném bodě, izometrie, Hausdorffova věta o zúplnění metrického prostoru).
- **Kompaktní a lokálně kompaktní topologické prostory.**
- **Konvergence v topologických prostorech** (konvergence v prostorech 1. typu spočetnosti, konvergence v metrických prostorech).
- **Souvislé a obloukově souvislé topologické prostory.**
- **Parakompaktní prostory, topologické variety.**

Literatura:

D. Krupka, O. Krupková: Topologie a geometrie, 1. Obecná topologie, SPN, Praha 1989.

J.R. Munkres: Topology, A First Course, Prentice Hall, New Jersey 1975.

3. Obyčejné diferenciální rovnice

- **Systémy diferenciálních rovnic prvního řádu** (řešení, věty o existenci a jednoznačnosti řešení).
- **Lineární systémy diferenciálních rovnic** (homogenní a nehomogenní systémy, vlastnosti řešení, systémy s konstantními koeficienty, metoda variace konstant, rovnice vyšších řádů).

Literatura:

L.S. Pontrjagin: Obyknovennyje differencialnyje uravnenija, Nauka, Moskva 1965.

L. Schwartz: Analyse mathématique II., Herman, Paris 1967.

M. Greguš, M. Švec, V. Šeda: Obyčejné diferenciální rovnice, Alfa-SNTL, Bratislava-Praha 1985.

4. Diferenciální geometrie

- **Lineární konexe** (tenzor, torze, tenzor křivosti, paralelní přenos vektorů, geodetiky, kova-riantní derivace, geometrický význam tenzoru křivosti).
- **Variety s metrickým polem** (Riemannovy a hyperbolické variety, Levi-Civitova konexe, tenzor křivosti, Ricciho tenzor, skalární křivost, Riemannova křivost, izometrie a Killingova rovnice, integrování funkcí na varietě s metrickým polem).

- **Lieovy grupy**, hlavní a asociované prostory (homomorfismy, Lieova algebra, Lieovy grupy, akce grup, fibrovaný prostor bází).

Literatura:

S. Sternberg: Lectures on Differential Geometry, AMS Chelsea Publishing, Rhode Island 1995.
 O. Kowalski: Úvod do Riemannovy geometrie, Univerzita Karlova, Praha 1995.
 L. Klapka: Geometrie, učební text MÚ SU Opava 2/1999.

5. Funkcionální analýza

- **Hahn - Banachova věta a její důsledky.**
- **Princip otevřenosti pro Fréchetovy prostory.**
- **Princip ohraničenosti pro Fréchetovy prostory.**
- **Dualita v Hausdorffových lokálně konvexních topologických vektorových prostorech**, slabá a zeslabená topologie.
- **Konvexní analýza v lokálně konvexních topologických vektorových prostorech** (základní operátory konvexní analýzy, věta o dualitě)
- **Normované prostory** (norma operátoru, duální prostor, Banachova věta o nulovém úhlu, reflexivní prostory, spektrum, kompaktní operátory)
- **Hilbertovy prostory** (ortogonální projekce, Hilbertova báze, samoadjungované operátory, příklady: operátory tenzorové mechaniky, Hilbertova-Schmidtova věta).

Literatura:

V. Averbuch: Functional Analysis, pomocné učební texty MÚ SU Opava 1999.
 A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin: Základy teorie funkcí a funkcionální analýzy, SNTL, Praha 1975.

6. Parciální diferenciální rovnice

- **Parciální diferenciální rovnice prvního řádu** (charakteristiky, Cauchyho problém, úplný integrál, kvazilineární rovnice).
- **Eliptické rovnice** (Laplaceova a Poissonova rovnice, potenciál, Greenovy formule, Greenova funkce).
- **Hyperbolické rovnice** (Riemannova metoda, šíření vln podél struny, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Parabolické rovnice** (Cauchyův problém pro rovnici vedení tepla, princip maxima pro smíšené problémy, Fourierova metoda pro smíšené problémy).
- **Distribuce** (prostory základních funkcí a prostory distribucí, konvoluce, fundamentální řešení pro diferenciální operátory, zobecněné řešení Cauchyho problému).

Literatura:

V. Averbuch: Partial Differential Equations, pomocné učební texty MÚ SU Opava 1999.
 V.S. Vladimirov: Uravnenija matematičeskoj fiziki, Nauka, Moskva 1967.

7. Variační analýza

- **Základní úloha variačního počtu** (Lagrangeova funkce, variační funkcional, variace, Eulerovy-Lagrangeovy rovnice, příklady).
- **Symetrie variačních problémů** (transformace invariance a zobecněné invariance, generátory grup invariance, kriteria invariance, první věta Emmy Noetherové).
- **Regulární variační úlohy** (podmínka regularity, Legendrova transformace, Hamiltonovy rovnice).

Literatura:

I.M. Gelfand, S.V. Fomin: Variacionnoje isčislenije, Fizmatgiz, Moskva 1961.

8. Globální analýza

- Vnoření a vložení variet, submerze, Whitneyho věty.
- Kritické body zobrazení, Sardova věta.
- Vektorová pole, lokální a globální tok.
- Vektorové distribuce, Frobeniova věta.
- Základní pojmy variační analýzy.

Literatura:

D. Krupka: Úvod do analýzy na varietách, SPN, Praha 1986.

R. Narasimhan: Analysis on Real and Complex Manifolds, North-Holland, Amsterdam 1968.